Енергозберігаючі технології

УДК 621.785.3:004.942-026.5-032.36
DOI: 10.33070/etars.2.2021.03

Лелека С.В., *канд. техн. наук, ORCID 0000-0002-4372-9454*
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ
просп. Перемоги, 37, 03056 Київ, Україна, e-mail: sleleka@rst.kpi.ua

Узагальнена математична модель фізичних полів технологічних переділів виробництва електрографітової продукції

Розроблено узагальнену математичну модель фізичних полів основних технологічних переділів виробництва електрографітової продукції, що базується на континуально-дискретному підході до опису нелінійної поведінки як твердих тіл, рідин та газів, так і сипучих середовищ. Показано, що континуальне формулювання фізичних процесів у технології виробництва вуглеграфітової продукції базується на ейлеревій системі відліку та може вміщувати такі рівняння: збереження маси, кількості руху та енергії, електропровідності у наближенні безвихрового поля електричного потенціалу та транспорту хімічних компонентів реакцій горіння. При цьому дискретне формулювання фізичних процесів у сипких матеріалах, які використовуються у технології виробництва вуглеграфітової продукції, базується на лагранжевій системі відліку та може включати такі рівняння: поступального й обертального руху та енергії. Наведено застосування узагальненої математичної моделі для побудови або уточнення математичних та числових моделей окремих переділів для виконання числового аналізу фізичних полів та параметрів процесів та обладнання на прикладах пресування «зелених» електродних заготовок та теоретичного дослідження ефективних теплофізичних властивостей сипких вуглецевмісних матеріалів. На базі розробленої узагальненої постановки сформульовано та уточнено комплекс окремих математичних моделей таких переділів виробництва електрографітової продукції: прожарювання вуглецевмісних матеріалів у електрокальцинаторах, газифікація вуглецевмісних матеріалів у обладнанні обертових прожарювальних печей, випалювання та графітування електрографітових заготовок. *Бібл. 40, рис. 4.*

Ключові слова: електрографітова продукція, пресування, випалювання, графітування, пічне обладнання, математична модель, числове моделювання.

Вуглецево-графітова продукція електродного виробництва забезпечує функціонування технологічного обладнання провідних галузей промисловості: хімічної, чорної та кольорової металур-

© Лелека С.В., 2021

гії, машинобудування тощо. Зокрема, вуглецево-графітові вироби у вигляді графітованих електродів, блоків та вуглепекової маси широко використовуються в електродугових печах металургійних та машинобудівних підприємств, анодах та катодах магнієвих та алюмінієвих електролізерів, футеровках доменних та феросплавних печей, електротермічних агрегатах хімічної промисловості та в іншому обладнанні спеціального функціонального призначення з особливими вимогами до фізико-хімічних та механічних властивостей матеріалів [1, 2].

До основних переділів виробництва електрографітової продукції відносяться такі: прожарювання вуглецевмісного наповнювача в електрокальцинаторах та обертових печах; змішування наповнювача зі зв'язуючим пеком та пресування «зелених» заготовок електрографітових виробів; випалювання та графітування електрографітових заготовок [1, 2].

Питомі витрати електроенергії (ПВЕ) електродного виробництва є надзвичайно великими та сягають 15500–16500 кВт·год/т. Відповідно до концепції сталого розвитку, до основних світових тенденцій вдосконалення електродної галузі промисловості відносяться розробка нового інноваційного технологічного обладнання та підвищення енергоефективності діючого, скорочення тривалості кампаній випалюваних та графітувальних печей та зменшення техногенного впливу на оточуюче середовище [1, 2].

Сучасний стан розвитку обчислювальних технологій та методів математичного моделювання складних систем, до яких відносяться процеси й обладнання електродного виробництва, дає можливість будувати складні математичні моделі та проводити числові експерименти з метою розробки раціональних технічних рішень зі зменшення ПВЕ виробництва та техногенного впливу на оточуюче середовище у короткі терміни та з мінімальними матеріальними затратами [1–4].

Аналіз літературних джерел

Моделюванню температурних та електричних полів у електрокальцинаторах для прожарювання вуглецевмісного наповнювача присвячено праці [5–12]. У праці [5] на основі побудованої математичної моделі теплоелектричного стану промислового електрокальцинатора з використанням методу скінченних елементів отримано результати числового моделювання з розподілу полів температури, теплового потоку, електричної (активної) потужності та електричного потенціалу. Електрокальцинатор розглядається у спрощеному вигляді як вертикальна циліндрична футерована піч, уздовж поздовжньої осі якої розташовані два електроди (верхній та нижній). Фізичні поля отримано із розв'язання системи диференціальних рівнянь у частинних похідних, що вміщує нестаціонарне рівняння теплопровідності з внутрішнім джерелом теплоти та квазістаціонарне рівняння електричного потенціалу. Проте у розрахунках автори статті [5] нехтували рухом сипкого матеріалу, зміною маси сипкого матеріалу та його нагріванням за рахунок згоряння летких, що виділяються з матеріалу, а також температурною залежністю фізичних властивостей матеріалів.

З використанням математичної постановки [5] у [6] проведено теоретичні дослідження можливості водяного охолодження електрокальцинатора з метою зниження температури стінок футерівки. При цьому було розглянуто охолодження циліндричної поверхні по всій довжині печі за допомогою водяного плівкового охолодження та вільної конвекції.

Комп'ютерне моделювання термічного оброблення антрациту в електрокальцинаторі типу ИЕТ-10-УХЛЧ виконано на базі [5] та наведено у статті [7]. При цьому досліджено вплив глибини занурення верхнього електрода в антрацитове завантаження на температурне поле, напруженість електричного поля, величину та напрям векторів густини струму.

У працях [8, 9] наведено математичну модель теплоелектричного та гідродинамічного стану електрокальцинатора типу Elkem, яка була використана для мінімізації перепаду робочих температур у радіальному напрямі та для підвищення продуктивності високотемпературного агрегату.

Працю [10] присвячено проблемі оптимізації процесу високотемпературної кальцинації антрациту в електрокальцинаторах, зокрема з використанням мультифізичної числової моделі з врахуванням рівнянь електродинаміки Максвела, та досліджено вплив розподілу електромагнітних та температурних полів, газового потоку й кінетики хімічних реакцій на продуктивність та тривалість експлуатації електропечі.

У праці [11] математична модель побудована на континуальному наближенні та містить такі рівняння: збереження маси та кількості руху для описання руху сипкого матеріалу, Лапласа для

описання поля електричного потенціалу в електрокальцинаторі. З використанням числового моделювання розроблено вертикальний електрокальцинатор, який дає можливість отримувати високоякісний графітований кокс та електроантрацит з піковою температурою центра робочого простору 3000 °С, що було реалізовано у виробництві. Однак, судячи з розрахункової сітки авторів [11], складно зробити висновок про достовірність отримуваних результатів.

До основних недоліків розглянутих статей [5–11] можна віднести такі: не враховується динаміка щільного руху сипкого наповнювача, відсутні дані про верифікацію розроблених числових моделей тощо.

У праці [12] наведено континуально-дискретну математичну модель процесу прожарювання наповнювача в електрокальцинаторі, в якій здійснено спробу мінімізувати вищенаведені недоліки. Для спрощення математичної постановки вихідної задачі та відповідно й числової реалізації використано її поділ на три більш простих, але пов'язаних між собою складових: перша — описує рух сипкого наповнювача у наближенні моделі дискретного елемента [13, 14], друга — перехід від дискретного до континуального формулювання [15], третя — зв'язана теплоелектрична задача [16]. Наведено результати верифікації розробленої числової моделі фізичних полів електрокальцинатора, які виконано за допомогою зіставлення результатів числового аналізу з даними натурних експериментів. Встановлено, що похибка числових розв'язків не перевищує (10–17) %.

Математичному моделюванню процесу пресування «зелених» заготовок електрографітових виробів присвячено обмежену кількість наукових праць [17, 18]. У цих працях з використанням наближення рідини Bingham-Papanastasiou для описання поведінки коксопекової суміші під час її пресування розроблено математичну та числову моделі пресового інструменту для екструзії «зелених» електродних заготовок. Проведено верифікацію розробленої числової моделі за даними експериментальних досліджень та встановлено, що різниця між розрахунковими та експериментальними значеннями температур мундштука не перевищує (4–10) %, що є цілком прийнятним для проведення інженерних розрахунків з метою розробки раціональних регламентів експлуатації пресового інструменту за умови зміни складу коксопекової суміші та типорозмірів виробів.

Теоретичному дослідженню процесу випалювання електрографітових заготовок присвячено незначну кількість наукових праць [19–23]. У праці [19] наведено математичне описання процесів, що протікають під час випалювання вуглеграфітових заготовок у камері багатокамерної печі: теплообмін між димовими газами й муфельними каналами печі; теплопровідність у заготовках із врахуванням зміни їх густини у процесі випалювання; видалення продуктів термічного розкладання летких. Задача теплообміну між димовими газами й муфельними каналами печі у [19] розв'язується з використанням розробленої числової моделі конвективного та радіаційного теплообміну в середовищі MCAD 2001i Pro. Як граничні умови задавалися такі: розподіл температури грійних газів та швидкості потоку. Отримані результати використовувалися у подальшому для розв'язання двовимірної задачі нестаціонарної теплопровідності, що враховує заготовку, пересипку та футерівку.

У праці [20] представлено математичну модель теплового стану шахтної печі для випалювання вуглеграфітових виробів, у якій враховується теплообмін: між продуктами згоряння, поверхнею контейнера із заготовками у пересипці та поверхнями футеровки робочої камери печі; у контейнері, враховуючи області пересипки та заготовок, а також у футеруванні печі. Для розв'язання задачі зовнішнього теплообміну у системі газ — кладка — поверхня контейнера використовувався спрощений зональний метод радіаційного теплообміну у поглинаючому та випромінюючому середовищі.

У праці [21] запропоновано математичну модель тепло-гідродинамічного стану кільцевої багатокамерної печі Riedhammer, яка включає до себе половину перетину камери печі за напрямком руху димових газів. Результати числового моделювання показали, що зменшення розміру вікон для виходу димових газів із камери призводить до підвищення тиску в напрямку їх руху та, як наслідок, до більш рівномірного температурного поля електродних заготовок.

У працях [19–21], присвячених математичному моделюванню процесу випалювання, не в повній мірі описуються тепло-гідродинамічні процеси, що протікають під час випалювання вуглеграфітової продукції у багатокамерних печах,

зокрема не враховується процес горіння природного газу.

У працях [22, 23] наведено фізичну й математичну моделі тепло-гідродинамічного стану камери багатокамерної печі випалювання з урахуванням турбулентності потоків, радіаційного теплообміну та процесу горіння природного газу. З використанням запропонованої математичної розроблено числову модель тепло-гідродинамічного стану камери багатокамерної печі випалювання та виконано її верифікацію за даними натурних експериментів, за результатами якої встановлено, що похибка числових розв'язків не перевищує (6–15) % [23]. Також теоретично досліджено вплив зміни теплофізичних властивостей нагрівальних газів й матеріалів печі, параметрів технологічного регламенту, схем завантаження, конструкції камери печі на процес випалювання електродної продукції у багатокамерних печах.

Математичному моделюванню процесу графітування електрографітових заготовок присвячено наукові праці [2, 24–29].

У працях [24–26] для визначення розподілу температури у печах графітування запропоновано математичну модель теплоелектричного стану обладнання. Методика числового розв'язання сформульованої задачі базується на методі скінченних різниць. Скінченнорізницева схема вихідної задачі побудована з використанням методу контрольних об'ємів та явної й неявної схем апроксимації за часом. З метою підвищення точності розрахунків теплових та електричних параметрів процесу графітування запропоновано метод розрахунків, у якому процес енергообміну між контрольними об'ємами відбувається з урахуванням зміни їх температури під дією внутрішнього джерела теплоти.

У праці [27] виконано теоретичні дослідження можливості використання рекуперації теплоти теплоізоляції під час охолодження печей Castner's та зроблено висновок про те, що такий спосіб дає можливість підвищити енергоефективність процесу графітування та продуктивність печей. Однак запропонований спосіб є складним, потребує значних капітальних вкладень для промислової реалізації та безпосередньо не впливає на регламент підводу електричної потужності у піч, інтенсифікація якого може бути більш дієвим чинником у підвищенні енергофективності процесу графітування за мінімальних капітальних вкладень.

Праця [28] присвячена теоретичним дослідженням впливу контактного опору між електродними заготовками на температурне поле колони під час графітування. Показано, що поганий теплоелектричний контакт між заготовками у колоні може призвести до їх деформування та ще більшого погіршення контакту між ними, але цьому мають протистояти зусилля, з якими стискаються заготовки у колонах, та використання гнучких електроконтактних з'єднань між заготовками.

У працях [2, 29] сформульовано математичну та розроблено числову модель теплоелектричного стану печі Castner's у процесі графітування електродних заготовок, у якій враховуються теплові ефекти реакцій газифікації, конверсії оксиду вуглецю й водню у теплоізоляційному матеріалі та тепломасоперенос вологи, сублімація графіту та контактна взаємодія між елементами конструкції теплоелектричної природи. Виконано верифікацію числової моделі теплоелектричного стану печі Castner's у процесі графітування електродних заготовок, у якій враховувалися теплові ефекти реакцій газифікації вуглецевого матеріалу. Встановлено, що відносне відхилення між значеннями середніх температур електродних заготовок, отриманих за допомогою комп'ютерного моделювання та фізичного експерименту, складають не більш 4 % у діапазоні температур до 1600 °C. Розроблено технічні рішення щодо мінімізації перепаду температури у торцевих заготовках [2]. Визначено, що найбільш ефективним технічним рішенням є використання компенсаційних вставок, виконаних у формі порожнистих графітових циліндрів, заповнених усередині високоомним теплоізоляційним матеріалом.

З проведеного літературного огляду наявних джерел інформації випливає, що загальною невирішеною проблемою є відсутність узагальненої математичної моделі фізичних процесів та обладнання технологічного циклу виробництва вуглеграфітової продукції, на підставі якої можна формулювати та уточнювати математичні моделі окремих переділів виробництва, що враховують прожарювання, пресування, випалювання й графітування, а також математичну модель для теоретичних досліджень ефективних теплофізичних властивостей сипких вуглецевмісних матеріалів — сировинної бази електрографітового виробництва.

Мета й завдання досліджень

Мета роботи полягає у розробці узагальненої математичної моделі фізичних полів технологічних переділів виробництва електрографітової продукції та її застосування для побудови математичних й числових моделей окремих переділів для виконання числового аналізу фізичних полів та параметрів процесів й обладнання.

Виклад основного матеріалу

Узагальнена математична модель

Робочими середовищами технологічних переділів виробництва електрографітової (вуглеграфітової) продукції є тверді тіла, рідини, гази та сипучі середовища.

До фізичних процесів, що відбуваються у технологічному обладнанні виробництва електрографітової продукції, належать нагрівання за рахунок протікання електричного струму та горіння газу й твердих вуглецевмісних речовин, деформування твердих тіл під дією механічних й температурних навантажень, рух газів та щільний рух сипких матеріалів, теплообмін теплопровідністю, конвекцією й тепловим випромінюванням.

Наявність у технології виробництва вуглеграфітової продукції як суцільних (тверді тіла й рідини), так і дискретних (сипкі матеріали) середовищ, обумовлюють необхідність використання комплексного континуально-дискретного підходу до математичного формулювання задач опису фізичних процесів технологічного обладнання із застосуванням систем відліку Euler і Lagrange.

Континуальне формулювання фізичних процесів у технології виробництва вуглеграфітової продукції зазвичай базується на ейлеревій системі відліку та може мати такі рівняння: збереження маси, кількості руху та енергії, електропровідності у наближенні безвихрового поля електричного потенціалу та транспорту хімічних компонентів реакцій горіння [1, 2, 16, 22]:

$$\begin{cases} \dfrac{d\rho}{dt} + \rho\nabla\cdot\mathbf{v} = 0; \\ \dfrac{d(\rho\mathbf{v})}{dt} = \nabla\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}} + \rho\mathbf{b}; \\ \dfrac{d(\rho c_p T)}{dt} = \hat{\boldsymbol{\sigma}} : \nabla\mathbf{v} - \nabla\cdot\mathbf{q} + q_v, \\ \nabla\cdot\mathbf{j} = 0; \\ \dfrac{d(\rho Y_k)}{dt} = \nabla\cdot\mathbf{J}_k + \dot{\omega}_k, k = \overline{1,N}, \end{cases} \quad (1)$$

де $\dfrac{d(\,)}{dt} = \dfrac{\partial(\,)}{\partial t} + v_i\nabla_i(\,)$ — матеріальна похідна; v_i — компоненти вектору швидкості, м/с; ∇ — оператор Hamilton's, м$^{-1}$; t — час, с; ρ — густина, кг/м^3; $(\cdot)$ — оператор скалярного добутку тензорів; $\mathbf{v} = \dfrac{d\mathbf{u}}{dt}$ — вектор швидкості, м/с; $\mathbf{u}$ — вектор переміщення, м; $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ — симетричний тензор напруження 2-го рангу, Па; $\mathbf{b}$ — вектор масових сил, Н/кг; c_p — масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К); T — абсолютна температура, К; $(:)$ — оператор подвійного скалярного добутку тензорів; $\hat{\boldsymbol{\sigma}} : \nabla\mathbf{v}$ — джерело теплоти механічної природи (дисипативний член), Вт/м^3; $\mathbf{q}$ — вектор густини теплового потоку, Вт/м^2; $q_v = q_{v\,elec} + q_{v\,chem} + q_{v\,rad}$ — джерело теплоти немеханічної природи, Вт/м^3; $q_{v\,elec} = \chi(T)|\nabla U|^2$ — джерело теплоти, спричинене протіканням електричного струму, Вт/м^3; χ — коефіцієнт електропровідності, См/м; U — електричний потенціал, В; $q_{v\,chem} = \nabla\cdot\rho\sum_{k=1}^{N}\mathbf{J}_k h_k$ — джерело теплоти, спричинене хімічними реакціями, Вт/м^3; $\mathbf{J}_k$ — вектор густини дифузійного потоку k-ї компоненти реакції, кг/(м^2·с); h_k — масова ентальпія k-ї компоненти реакції, Дж/кг; K, n — коефіцієнт поглинання (м$^{-1}$) й показник заломлення відповідно; $q_{v\,rad} = K\left[\int_{\Omega=4\pi} I(s)d\Omega - 4n^2\sigma T^4\right]$ — джерело теплоти, пов'язане з радіаційним теплообміном у «сірому» наближенні середовища, Вт/м^3; Ω — тілесний кут, ср; σ — постійна Stefan-Boltzmann, Вт/(м^2·К^4); $I(s)$ — інтенсивність випромінювання (Вт·с/(м^2·ср)) у напрямку s в тілесному куті $d\Omega$; $\mathbf{j}$ — вектор густини електричного струму, А; Y_k — масова частка k-ї компоненти хімічної реакції горіння; $\dot{\omega}_k$ — джерельний член за рахунок середньої швидкості реакції k-ї компоненти реакції, кг/(м^3·с).

Для визначення тензорів $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$, $\mathbf{q}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{J}_k$ треба записати відповідні фізичні рівняння. Фізичне рівняння для визначення тензора напруження $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ у твердих тілах називається законом Hooke's. Узагальнений закон Hooke's записується співвідношенням

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \overset{4}{\hat{\mathbf{C}}} : \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} , \qquad (2)$$

де $\overset{4}{\hat{\mathbf{C}}}$ — тензор 4-го рангу фізичних констант, який містить у загальному випадку 81 компоненту, Па; $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}\left[\nabla\mathbf{u} + \mathbf{u}\nabla + \nabla\mathbf{u}\cdot(\mathbf{u}\nabla)\right]$ — тензор скінченних деформацій 2-го рангу, що у загальному випадку визначається нелінійним геометричним рівнянням.

Для ізотропних гомогенних твердих середовищ з лінійними властивостями закон Hooke's (2) спрощується до вигляду [1]:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{E}{1+\nu}\left[\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\nu}{1-2\nu}\mathrm{tr}(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}})\hat{\mathbf{I}}\right], \qquad (3)$$

де E — модуль пружності, Па; ν — коефіцієнт Poisson; tr( ) — оператор сліду тензора; $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + \mathbf{u}\nabla)$ — тензор скінченних деформацій 2-го рангу за умови, що деформації є малими величинами $<<1$; $\hat{\mathbf{I}}$ — одиничний тензор 2-го рангу.

При цьому рівняння руху й рівноваги системи рівнянь (1) приймається незалежним від часу, тобто $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0$.

Для середовищ з нелінійними властивостями, наприклад, таких, у яких враховується пластична течія [30] через визначення моменту настання пластичного стану матеріалу за допомогою параметра аналогічного часу. При цьому згідно з інкрементальною теорією пластичності непружні деформації розглядаються як початкові, рівняння руху й рівноваги (1) записується через прирощення (швидкості) у вигляді

$$\nabla\cdot\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} + \rho\dot{\mathbf{b}} = 0 . \qquad (4)$$

Узагальнений закон Hooke's записується через прирощення початкового напруження $\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}^{\mathrm{in}}$ та швидкість повної деформації $\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}$:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} = 2G\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} + \frac{2G\nu}{1-2\nu}\mathrm{tr}\left(\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}\right)\mathbf{I} - \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}^{\mathrm{in}} , \qquad (5)$$

де G — модуль зсуву, Па.

При цьому настання пластичного стану середовища визначається критерієм пластичності матеріалу (функцією настання пластичної течії):

$$F = \sigma_{\mathrm{eq}} - \sigma_{\mathrm{yield}} = 0 , \qquad (6)$$

де σ_{eq} — еквівалентне напруження в матеріалі, Па; σ_{yield} — границя текучості матеріалу, Па.

Вигляд формул для визначення σ_{eq} й σ_{yield} залежить від вибору моделі пластичності [2, 30].

Фізичне рівняння для визначення тензора напруження $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ у рідинах називається законом Navier-Stokes, який є справедливим для ньютонівської нестисливої рідини [1]:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = 2\mu\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} - p\hat{\mathbf{I}} , \qquad (7)$$

де μ — коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с; $\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{v} + \mathbf{v}\nabla)$ — тензор швидкості деформації 2-го рангу, $с^{-1}$.

У разі стисливої рідини рівняння (7) набуває такого вигляду:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \hat{\boldsymbol{\tau}} - p\hat{\mathbf{I}} , \qquad (8)$$

де $\hat{\boldsymbol{\tau}} = \mu\left[\nabla\mathbf{v} + \mathbf{v}\nabla - \frac{2}{3}(\nabla\cdot\mathbf{v})\mathbf{I}\right]$ — тензор зсувних напружень, Па.

Для випадку нелінійної в'язко-пластичної рідини характерною особливістю є те, що вона до досягнення деякого критичного внутрішнього напруження τ_{shiar} веде себе як тверде тіло та тільки за перевищення внутрішнього зсувного напруження, вищого за критичну величину, починає рухатися як звичайна рідина. Наприклад, для рідини Bingham-Papanastasiou [31, 32] тензор зсувних напружень буде визначатися за формулою

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \left(\mu_{\mathrm{eff}} + \frac{\tau_{\mathrm{shear}}}{\left|\dot{\hat{\boldsymbol{\gamma}}}\right|}\left[1 - \exp\left(-m\left|\dot{\hat{\boldsymbol{\gamma}}}\right|\right)\right]\right)\dot{\hat{\boldsymbol{\gamma}}} , \qquad (9)$$

де μ_{eff} — ефективний коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с; $\dot{\hat{\boldsymbol{\gamma}}} = \nabla\mathbf{v} + \mathbf{v}\nabla$ — швидкість деформації, $с^{-1}$; m — експоненціальний множник, с.

Фізичне рівняння для визначення вектору густини теплового потоку $\mathbf{q}$ називається законом Fourier's, який для ізотропного середовища записується співвідношенням

$$\mathbf{q} = -\lambda(T)\nabla T\ , \qquad (10)$$

де λ — коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К); ∇T — градієнт температури, К/м.

Фізичне рівняння для визначення вектору густини електричного струму $\mathbf{j}$ називається законом Ohm's, який для ізотропного середовища записується співвідношенням

$$\mathbf{j} = -\chi(T)\nabla U\ , \qquad (11)$$

де χ — коефіцієнт електропровідності, См/м; ∇U — градієнт електричного потенціалу, В/м.

Фізичне рівняння для визначення вектору густини дифузного потоку $\mathbf{J}_k$ називається законом Fick's:

$$\mathbf{J}_k = -\rho D_k \nabla Y_k\ , \qquad (12)$$

де D_k — коефіцієнт дифузії, м^2/с; ∇Y_k — градієнт масової частки k-ї компоненти хімічної реакції, м$^{-1}$.

Дискретне формулювання фізичних процесів у сипких матеріалах, що використовуються в технології виробництва вуглеграфітової продукції, базується на лагранжевій системі відліку та може мати рівняння поступального й обертального руху та енергії [33]:

$$\begin{cases} m_i \dfrac{\mathrm{d}\mathbf{v}_i}{\mathrm{d}t} = \sum\limits_j \mathbf{F}_{ij} + m_i \mathbf{b}; \\ I_i \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_i}{\mathrm{d}t} = \sum\limits_j \mathbf{M}_{ij}^{\Sigma}; \\ m_i c_{pi} \dfrac{dT_i}{dt} = \sum\limits_{\text{contacts } i-j} \dot{Q}_{i-j} + \dot{Q}_{i,conv} + \dot{Q}_{i,rad} + \dot{Q}_{i,chem}, \end{cases} \qquad (13)$$

де m_i — маса i-ї частинки, кг; $\mathbf{v}_i$ — вектор лінійної швидкості центра маси частинки, м/с; i — індекс частинки, відносно якої розглядається система рівнянь (13); t — час, с; $\mathbf{F}_{ij}$ — вектор зовнішньої сили, що діє на частинку i через контакт з частинкою j, Н; j — індекс частинки, що взаємодіє з частинкою i; $\mathbf{b}$ — вектор масової сили, Н/кг; I_i — момент інерції, кг·м^2; $\boldsymbol{\omega}_i$ — вектор кутової швидкості, рад/с; $\mathbf{M}_{ij}^{\Sigma}$ — сумарний момент, прикладений до частинки i, Н·м; c_{pi} — масова ізобарна теплоємність i-ї частинки, Дж/(кг·К); T_i — абсолютна температура i-ї частинки, К; $\dot{Q}_{i-j} = h_{ci-j}\Delta T_{i-j}$ — кількість теплоти, що передається крізь контакти між частинками i та j за одиницю часу, Вт; h_{ci-j} — коефіцієнт теплопередачі між частинками крізь їх контакти, Вт/К; $\dot{Q}_{i,conv}$, $\dot{Q}_{i,rad}$, $\dot{Q}_{i,chem}$ — потужність конвективного та радіаційного теплообміну між частинками й рідким середовищем та інтенсивність теплообміну, пов'язаного з поверхневими хімічними реакціями відповідно, Вт.

Зв'язок між дискретним (13) та континуальним (1) формулюваннями може, наприклад, встановлюватися за допомогою осереднення поля швидкості [12, 16], отриманого з розв'язку дискретної задачі або за допомогою моделі дискретної фази (Discrete Phase Models (DPM)) [34]. Для замикання систем диференціальних рівнянь (1)–(13) потрібно записати відповідні початкові й граничні умови, що буде розглянуто під час формулювання математичних моделей для окремих переділів виробництва вуглецево-графітової продукції.

Розглянемо практичне застосування розробленої математичної моделі на прикладах пресування «зелених» електродних заготовок та теоретичного визначення теплофізичних властивостей вуглецевмісних сипких матеріалів.

Пресування «зелених» заготовок вуглеграфітових електродів

Побудова математичної моделі тепло-гідродинамічного стану пресового інструменту під час пресування «зелених» заготовок вуглеграфітових електродів з коксопекової маси ґрунтується на узагальненій математичній моделі та має такі рівняння: перші три рівняння системи рівнянь (1) й фізичні рівняння (8)–(10).

У підсумку система диференціальних рівнянь механіки суцільного середовища для описання процесу пресування коксопекової суміші у заго-

товки через мундштук включає квазістаціонарне рівняння нерозривності, збереження кількості руху з урахуванням умови Bingham-Papanastasiou (9) та енергії [17, 18]:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \\ \rho\left[\dfrac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}\right] = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}}; \\ \rho\left[\dfrac{\partial h}{\partial t} + \nabla\cdot(\mathbf{v}h)\right] = \nabla\cdot\left[\lambda_{\text{eff}}(T)\nabla T\right] + \bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}} : \nabla \mathbf{v}, \end{cases}, \quad (14)$$

де ∇ — оператор Hamilton's, м$^{-1}$; $\mathbf{v}$ — вектор швидкості, м/с; ρ — густина, кг/м^3; t — час, с; p — тиск, Па; $\bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}} = \left(\mu_{\text{eff}} + \dfrac{\tau_{\text{shear}}}{|\dot{\gamma}|}\left[1 - \exp\left(-m|\dot{\gamma}|\right)\right]\right)\bar{\bar{\dot{\boldsymbol{\gamma}}}}$ — тензор напруження зсуву за моделлю Bingham-Papanastasiou, Па; μ_{eff} — ефективний коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с; τ_{shear} — критичне зсувне напруження (статичне напруження зсуву), Па; $|\dot{\gamma}| = \sqrt{\dfrac{1}{2}\left(\bar{\bar{\dot{\boldsymbol{\gamma}}}} : \bar{\bar{\dot{\boldsymbol{\gamma}}}}\right)}$ — другий інваріант від $\bar{\bar{\dot{\boldsymbol{\gamma}}}}$, с$^{-1}$; $\bar{\bar{\dot{\boldsymbol{\gamma}}}} = \nabla\mathbf{v} + \mathbf{v}\nabla$ — швидкість деформації, с$^{-1}$; $h = \int_0^T c_p(T)dT$ — явна масова ентальпія, Дж/кг; λ_{eff} — ефективний коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К); T — абсолютна температура, К; c_p — масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К); $\bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}} : \nabla\mathbf{v}$ — член, що відповідає дисипації механічної енергії, Вт/м^3; $(:)$ — оператор подвійного скалярного добутку.

Початковими умовами системи рівнянь (14) є розподіл полів компонент вектору швидкості, тиску та температури:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_0 = \mathbf{v}(x,y,z); \\ p_0 = p(x,y,z); \\ T_0 = T(x,y,z), \end{cases}, \quad (15)$$

де $(x,y,z) \in \Omega$ — декартові координати, м; Ω — розрахункова область.

Граничні умови для (14) мають:

а) для вхідного перетину мундштука — нормальну швидкість та температуру:

$$\begin{cases} \mathbf{n}\cdot\mathbf{v} = v_{\text{inlet}}(t); \\ T = T_{\text{inlet}}(t), \end{cases}, \quad (16)$$

де $\mathbf{n}$ — вектор зовнішньої нормалі до поверхні вхідного або відхідного січення; $v_{\text{inlet}}, T_{\text{inlet}}$ — швидкість (м/с) та абсолютна температура (К) у вхідному перетині відповідно;

б) на відхідному перетині — нульові градієнти тиску й температури:

$$\begin{cases} \mathbf{n}\cdot\nabla p = 0; \\ \mathbf{n}\cdot\nabla T = 0; \end{cases}, \quad 17)$$

в) на бічних стінках мундштука — значення зсувних напружень та умови II й III родів:

$$\begin{cases} \bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}} = \boldsymbol{\tau}_{\text{wall}}; \\ \begin{cases} \mathbf{n}\cdot(-\lambda_{\text{eff}}(T)\nabla T) = \alpha(T - T_\infty); \\ \mathbf{n}\cdot(-\lambda_{\text{eff}}(T)\nabla T) = q_{\text{n}}, \end{cases}, \end{cases} \quad (18)$$

де $\boldsymbol{\tau}_{\text{wall}}$ — тензор зсувних напружень на границі контакту рідина — тверде тіло, Па; α — коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м^2·К); T_∞ — абсолютна температура оточуючого середовища, К; q_{n} — нормальна складова вектору густини теплового потоку, Вт/м^2.

За математичною моделлю процесу пресування (14)–(18) на базі вільно відкритого коду OpenFOAM [35] розроблено числову модель тепло-гідродинамічного стану пресового інструменту [17, 18]. При цьому реологічні властивості коксопекової маси бралися за даними [36, 37]. Верифікація числової моделі процесу екструзії вуглецевих заготовок через мундштук виконана з використанням експериментальних даних, отриманих на промисловому пресовому обладнанні [38]. У результаті було встановлено, що різниця між розрахунковими та експериментальними даними по температурі у контрольних точках вимірювання знаходиться у межах (4–10) %.

Результати числового моделювання тепло-гідродинамічного стану пресового інструменту (мундштука) під час пресування електродних заготовок у різні моменти часу з початку процесу наведено на рис. 1 з триколірною шкалою, на якій чорний — вище 150 °С, світло-сірий — 110–150 °С, темно-сірий — нижче 110 °С.

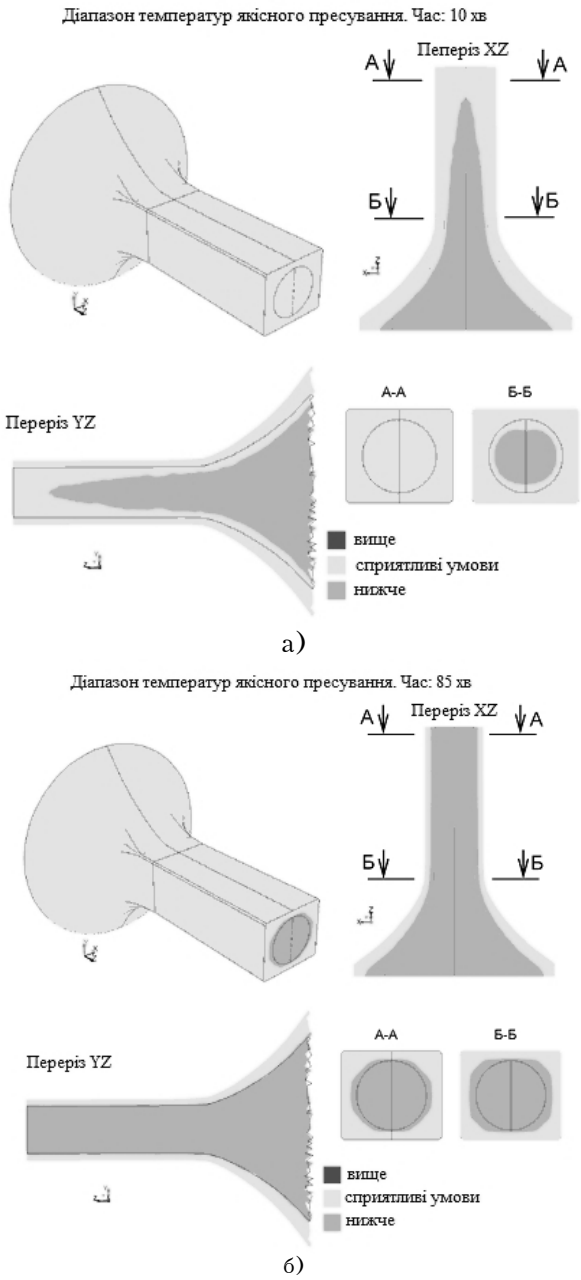

Рис. 1. Результати моделювання температурного режиму пресування у різні моменти часу: а — 10 хв; б — 85 хв.

Fig. 1. The results of modeling the temperature of the pressing at different points in time: a — 10 min; b — 85 min.

На підставі проведених числових досліджень різних режимів пресування заготовок розроблено раціональний температурний регламент екструзії «зелених» електродних заготовок прямокутного перерізу, який дає можливість зменшити вихід бракованих виробів на (4–5) % [17, 18].

Теоретичне визначення ефективних теплофізичних властивостей вуглецевмісних сипких матеріалів

Відомо, що потужною альтернативою до експериментальних методів дослідження теплофізичних властивостей (ТФВ), наприклад, сипких матеріалів можуть бути теоретичні методи, що базуються на математичному моделюванні відповідних фізичних експериментів.

Побудова математичної моделі механотермічного стану шару сипкого матеріалу для дослідження ТФВ ґрунтується на узагальненій математичній моделі (1)–(13) та має такі рівняння: систему дискретних рівнянь (13) та четверте континуальне рівняння системи рівнянь (1), фізичне рівняння (10).

Спосіб визначення ефективних ТФВ сипких матеріалів ґрунтується на зіставленні числових розв'язків нестаціонарної термомеханічної задачі шару сипкого матеріалу з аналітичним розв'язком одновимірного нестаціонарного рівняння теплопровідності. При цьому вважається, що частинки сипкого матеріалу мають сферичну форму, а їхні фізичні властивості приймаються ізотропними.

На першому етапі визначення ТФВ моделюється механічний процес заповнення циліндричного шару частинками сипкого матеріалу різного гранулометричного складу під дією гравітаційних сил до стану механічної рівноваги. Зазначений процес описується системою дискретних рівнянь методу дискретного елемента (МДЕ) такого вигляду [12, 33]:

$$\begin{cases} m_i \dfrac{\mathrm{d}\mathbf{v}_i}{\mathrm{d}t} = m_i \mathbf{b} + \sum\limits_{j=1}^{k} \mathbf{F}_{ij}; \\ I_i \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_i}{\mathrm{d}t} = \sum\limits_{j=1}^{k} \left(\mathbf{T}_{ij} + \mathbf{M}_{ij} \right), \end{cases} \qquad 9)$$

де m_i — маса i-ї частинки, кг; $\mathbf{v}_i$ — вектор лінійної швидкості центра маси частинки, м/с; i — індекс частинки, відносно якої розглядається система рівнянь (19); t — час, с; $\mathbf{b}$ — вектор масової сили, Н/кг; k — кількість частинок, що перебувають у контакті з частинкою i; $\mathbf{F}_{ij}$ — вектор зовнішньої сили, що діє на частинку i через контакт з частинкою j, Н; j — індекс частинки, що взаємодіє з

частинкою i; I_i — момент інерції, кг·м²; $\boldsymbol{\omega}_i$ — вектор кутової швидкості, рад/с; $\mathbf{T}_{ij}$ — зовнішній крутний момент, пов'язаний з контактною взаємодією частинок i та j, Н·м; $\mathbf{M}_{ij}$ — момент опору коченню, Н·м.

На другому етапі визначення ТФВ моделюється теплообмін у циліндрі, який заповнений механічно врівноваженим сипким матеріалом, що описується дискретним рівнянням теплопередачі:

$$m_i c_p \frac{dT_i}{dt} = \sum_{\text{contacts } i-j} \dot{Q}_{i-j}, \qquad (20)$$

де m_i — маса i-ї частинки, кг; c_p — масова ізобарна теплоємність частинки, Дж/(кг·К); T_i — абсолютна температура частинки, К; $\dot{Q}_{i-j} = h_{ci-j}\Delta T_{i-j}$ — кількість теплоти, що передається крізь контакти між частинкою i та j-и частинками, Вт; $h_{ci-j} = \frac{4\lambda_i\lambda_j}{\lambda_i+\lambda_j}\sqrt{A_{contact\ i-j}}$ — коефіцієнт теплопередачі між частинками крізь їх контакти, Вт/К; λ_i, λ_j — коефіцієнт теплопровідності i-ї та j-ї частинки, Вт/(м·К); $A_{contact\ i-j}$ — площа контакту між частинками i та j, м².

На третьому етапі визначення ТФВ використовується аналітичний розв'язок одновимірного рівняння нестаціонарної теплопровідності суцільного середовища:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \qquad (21)$$

де T — абсолютна температура, К; t — час, с; $a = \frac{\lambda}{c_p\rho}$ — коефіцієнт температуропровідності, м²/с; λ — коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К); c_p — масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К); ρ — густина, кг/м³; z — повздовжня координата, м.

Початковими умовами для (21) є розподіл температури по товщині шару; як граничні умови задаються умови I роду та адіабатні.

Для визначення ефективних значень теплофізичних властивостей сипких матеріалів використовується вільно відкритий програмний код LIGGGHTS [39], що побудований на методі МДЕ [13, 14].

Дослідження ефективних ТФВ сипкого матеріалу за математичною постановкою (19)–(21) виконано на прикладі сипких матеріалів різного гранулометричного складу з термомеханічними властивостями, близькими до антрациту. Для візуалізації динаміки фізичних полів під час механічного та адіабатного урівноваження температури у шарі сипкого матеріалу [33] (рис. 2) використовувався вільно відкритий графічний пакет для інтерактивної візуалізації ParaView [40]. Результати числових досліджень механотермічного стану циліндричного шару сипкого середовища за дискретною та континуальною моделями наведено на рис. 3, 4 [33].

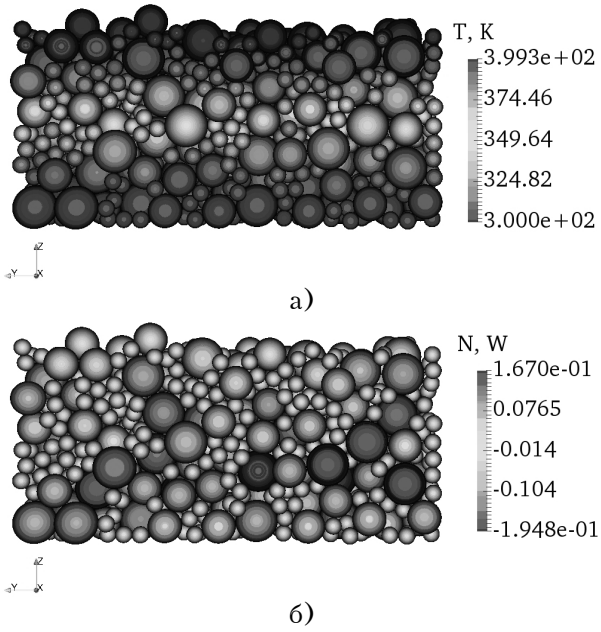

Рис. 2. Дані числового моделювання теплообміну між частинками сипкого матеріалу під час процесу адіабатного урівноваження температури за умови τ = 40 с та полідисперсного гранулометричного складу d = 4 мм (30 %), d = 8 мм (40 %), d = 10 мм (30 %): а — температура, К; б — потужність теплового потоку.

Fig. 2. Data of numerical simulation of heat exchange between particles of bulk material during the process of adiabatic temperature balancing under the condition t = 40 s for polydisperse particle size distribution d = 4 mm (30 %), d = 8 mm (40 %), d = 10 mm (30 %): a — temperature; b — heat flow capacity.

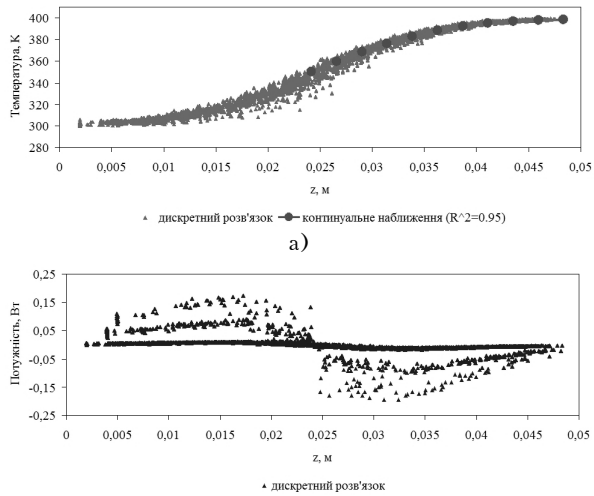

Рис. 3. Дані числового аналізу теплообміну між частинками сипкого матеріалу під час процесу адіабатного урівноваження температури (τ = 40 с) за полідисперсного гранулометричного складу d = 4 мм (30 %), d = 8 мм (40 %), d = 10 мм (30 %): а — поле температури (дискретне та континуальне наближення); б — потужність теплового потоку частинок (дискретне наближення).

Fig. 3. Data of numerical analysis of heat exchange between particles of bulk material during the process of adiabatic temperature balancing (t = 40 s) for polydisperse particle size distribution d = 4 mm (30 %), d = 8 mm (40 %), d = 10 mm (30 %): a — temperature field (discrete and continuous approximation); b — power of the heat flux of particles (discrete approximation).

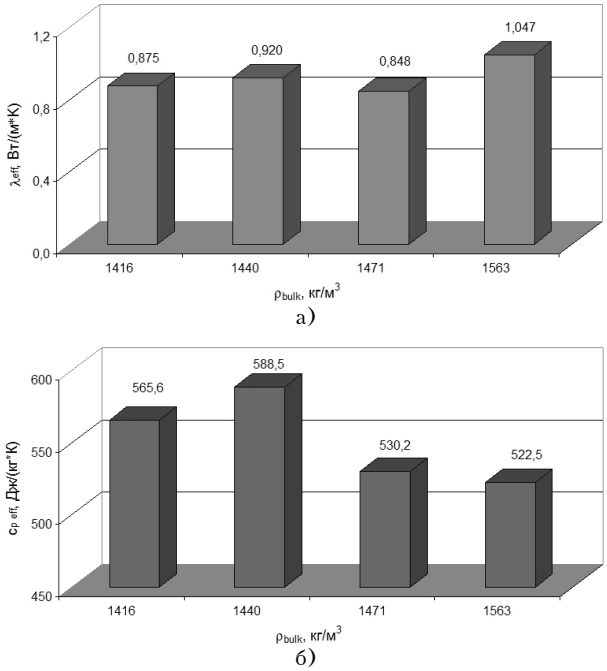

Рис. 4. Результати розрахунків ефективних значень коефіцієнта теплопровідності (а) та масової ізобарної теплоємності (б) сипкого матеріалу залежно від гранулометричного складу: d = 8 мм (100 %) — ρ_{bulk} = 1415,69 кг/м^3; d = 10 мм (100 %) — ρ_{bulk} = 1440,29 кг/м^3; d = 6 мм (100 %) — ρ_{bulk} = 1471,01 кг/м^3; d = 4 мм (30 %), d = 8 мм (40 %), d = 10 мм (30 %) — ρ_{bulk} = 1562,72 кг/м^3.

Fig. 4. The results of calculations of the effective values of the coefficient of thermal conductivity (a) and mass isobaric heat capacity (b) of bulk material depending on the particle size distribution: d = 8 mm (100 %) — ρ_{bulk} = 1415,69 kg/m^3; d = 10 mm (100 %) — ρ_{bulk} = 1440,29 kg/m^3; d = 6 mm (100 %) — ρ_{bulk} = 1471,01 kg/m^3; d = 4 mm (30 %), d = 8 mm (40 %), d = 10 mm (30 %) — ρ_{bulk} =1562,72 kg/m^3.

Дані розрахунків ефективної теплопровідності за розробленою методикою відрізняються від даних, отриманих за осередненими теоретичними залежностями [33], у межах (0,8–9,0) %.

Окрім математичних моделей переділу пресування та теоретичного визначення ефективних ТФВ сипких матеріалів, на базі розробленої узагальненої постановки також сформульовано та уточнено комплекс окремих математичних моделей таких переділів виробництва електрографітової продукції: прожарювання вуглецевмісних матеріалів у електрокальцинаторах; газифікація вуглецевмісних матеріалів у обладнанні обертових прожарювальних печей; випалювання та графітування електрографітових заготовок.

Висновки

Розроблено узагальнену математичну модель фізичних полів основних технологічних переділів виробництва електрографітової продукції, яка базується на континуально-дискретному підході до опису нелінійної поведінки твердих тіл, рідин й газів та сипких середовищ.

Показано застосування узагальненої математичної моделі для побудови або уточнення математичних та числових моделей окремих переділів для виконання числового аналізу фізичних полів та параметрів процесів й обладнання на прикладах пресування «зелених» електродних заготовок та теоретичного дослідження ефективних теплофізичних властивостей сипких вуглецевмісних матеріалів.

Список літератури

1. Панов Є.М., Лелека С.В., Карвацький А.Я., Мікульонок І.О. Енергоресурсоефективне виробництво ізостатичного графіту. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорсь-

кого, 2020. 140 с.

2. Педченко А.Ю., Панов Є.М., Карвацький А.Я. та ін. Теоретично-експериментальні дослідження печей графітування Кастнера. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. 174 с.

3. Kutuzov S.V., Buryak V.V., Derkach V.V. et al. Making the Heat-Insulating Charge of Acheson Graphitization Furnaces More Efficient. *Refractories and Industrial Ceramics*. 2014. Vol. 55, № 1. P. 15–16. doi: 10.1007/s11148-014-9648-5.

4. Ivanenko O., Trypolskyi A., Gomelya N. et al. Development of a Catalyst for Flue Gas Purification from Carbon Monoxide of Multi-Chamber Furnaces for Baking Electrode Blanks. *Journal of Ecological Engineering*. 2021. Vol. 22, № 1. P. 174–187. doi: 10.12911/22998993/128857.

5. Гасик М.М., Гасик М.И., Уразлина О.Ю. Моделирование термического и электрического режимов работы электрокальцинатора при термической обработке антрацита. *Металлургическая и горнорудная промышленность*. 2004. № 5. С. 18–23.

6. Гасик М.М., Гасик М.И., Уразлина О.Ю. Моделирование теплотехнических процессов термообработки антрацита при воздушном и пленочном охлаждении кожуха электрокальцинатора. *Металлургическая и горнорудная промышленность*. 2004. № 6. С. 31–35.

7. Гасик М.М., Гасик М.И., Петров Б.Ф. Компьютерное моделирование и опытно-промышленное освоение технологии одностадийной прокалки антрацита в электрокальцинаторе. *Металлургическая и горнорудная промышленность*. 2006. № 3. С. 27–30.

8. Perron J., Bouvette J.-F., Dupuis M. (1996). Optimization of Anthracite Calcination Process in a Vertical Electric Arc Furnace. *Light Metals 1996: Annual meeting and exhibition of the Minerals, Metals and Materials Society*, pp. 597–602.

9. Hachette R., Bui R.T., Simard G., Perron J., Bouvette J.-F., Dupuis M. (1997). A CFD Dynamic Model of the Anthracite Calciner. *Light Metals 1997: Annual meeting and exhibition of the Minerals, Metals and Materials Society*, pp. 677–687.

10. Gasik M. M., Gasik M. I. Modeling of anthracite treatment in an electrocalcinator. *Modern Problems of Metallurgy*. 2011. Vol. 14. P. 100–108.

11. Yang Y., Gong S., Ning Q. et al. Development and Application of Electrocalciners with Increased Calcination Temperature. *Light Metals*. 2018. P. 1363–1371. doi: 10.1007/978-3-319-72284-9_178.

12. Панов Є.М., Лазарєв Т.В., Карвацький А.Я. та ін. Сучасний стан ресурсоенергозбереження у технології виробництва вуглецевмісного наповнювача електродних виробів (Огляд). *Енерготехнології та ресурсозбереження*. 2019. № 1. С. 17–34. doi: 10.33070/etars.1.2019.02.

13. Pцschel T., Schwager T. Computational granular dynamics models and algorithms. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2005. 322 p.

14. Göncü F. F. Mechanics of granular materials: constitutive behavior and pattern transformation. Enschede: Ipskamp Drukkers, 2012. 144 p.

15. Rao K. K., Nott P. R. An Introduction to Granular Flow. New York : Cambridge University Press, 2008. 490 p.

16. Лазарєв Т.В., Карвацький А.Я., Панов Є.М. та ін. Закономірності процесу високотемпературного оброблення сипучих вуглецевих матеріалів в електричних печах. Київ : НТУУ «КПІ», 2016. 156 с.

17. Лазарев Т.В., Карвацкий А.Я., Лелека С.В., ПЕдченко А.Ю. Математическая модель процесса экструзии вязко-пластичной углеродной массы. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях*. 2016. № 12. С. 31–37. doi:10.20998/2413-4295.2016.12.05.

18. Карвацький А.Я., Лазарєв Т.В., Тищенко О.С. Математичне моделювання екструзії електродних заготовок. *Вісник НТУУ «КПІ». Серія: Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження*. 2015. № 1. С. 12–16.

19. Малахов С.А. Совершенствование технологи обжига углеграфитовой продукции в многокамерных печах обжига закрытого типа : Автореф. дис. … канд. техн. наук : спец. 05.16.02 «Металлургия черных, цветных и редких металлов». Владикавказ, 2004. 30 с.

20. Шибалов С.Н. Совершенствование тепловых процессов с целью повышения качества обжига заготовок из углеграфитовых материалов : Автореф. дис. … канд. техн. наук : спец. 05.16.02 «Металлургия черных, цветных и редких металлов». Москва, 2004. 30 с.

21. Hajduk A. Goede F. Innovations in the Design and Construction of Ring Pit Furnaces. — URL : https://www.yumpu.com/en/docment/view/14559453/innovations-in-the-design-and-construction-of-ring-pitsacmi (Accessed September 25, 2020).

22. Карвацький А.Я., Пулінець І.В., Шилович І.Л. Математична модель тепло-гідродинамічного стану багатокамерної печі при випалюванні електродних заготовок. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. 2012. № 1/4. С. 33–37.

23. Пулинец И.В., Панов Е.Н., Карвацкий А.Я. и др. Теплообмен в многокамерных печах обжига углеграфитовых изделий. Киев : НТУУ «КПИ», 2014. 175 с.

24. Знамеровский В.Ю. Яшкина В.В. Математическое моделирование процессов теплообмена в электрических печах сопротивления при производстве электродного графита. *Промышленная энергетика*. 1984. № 2. С. 31–33.

25. Знамеровский В.Ю. Особенности решения задач теплопроводности с внутренним источником теплоты. *Промышленная энергетика*. 1986. № 3. С. 24–26.

26. Знамеровский В.Ю. Математическое моделирование процесса графитации. Москва : Металлургия, 1994. 64 с.

27. Shen, C., Zhang, M., Li, X. Numerical study on

the heat recovery and cooling effect by built-in pipes in a graphitization furnace. *Applied Thermal Engineering*. 2015. Vol. 90. P. 1021–1031. doi:10.1016/j.applthermaleng.2015.04.036.

28. Piekło J., Maj M. Analysis of the State of Stress in the Connection of Graphite Electrodes. *Archives of Foundry Engineering*. 2015. Vol. 15. P. 85–88.

29. Karvatskii A.Ya., Leleka S.V., Pedchenko A.Yu., Lazariev T.V. Numerical analysis of physical fields of graphitization process of electrode production in Castner`s furnace. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2016. Vol. 6, № 5. P. 19–25. doi: 10.15587/1729-4061.2016.83191.

30. Karvatskii A., Mikulionok I., Leleka S., Solovei V. Numerical Simulation of Elasto-Plastic Behavior of Isotropic Composite Materials. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. 2020. Vol. 1. P. 492–501. doi: 10.1007/978-3-030-50794-7_48.

31. Huilgol R. R., Mena B. , Piau J. M. Finite stopping time problems and rheometry of Bingham fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2002. Vol. 102. P. 97–107. doi: 10.1016/S0377-0257(01)00166-5.

32. Papanastasiou T. C. Flow of materials with yield. *Journal of Rheology*. 1987. Vol. 31. P. 385–404. doi: 10.1122/1.549926.

33. Karvatskii A., Panov Ye., Vasylchenko G. et al. Determining efficient values for the thermophysical properties of bulk materials. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. Vol. 2, № 5. P. 55–62. doi: 10.15587/1729-4061.2019.164791.

34. ANSYS. — URL: https://www.ansys.com/ (Accessed September 25, 2019).

35. The OpenFOAM Foundation. — URL : http://www.openfoam.org (Accessed March 11, 2019).

36. Карвацький А.Я., Лазарєв Т.В., Швачко Д.Г. та ін. Реологічні властивості вуглецевих композицій в діапазоні температури 120–170 °С. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях*. 2016. № 18. С. 74–79. doi:10.20998/2413-4295.2016.18.11.

37. Vershinina E. P., Gil'debrandt E. M., Frizorger V. K. Plastic properties of homogenized coke-pitch compositions. *Russian Journal of Non-Ferrous Metals*. 2011. Vol. 52, № 3. P. 205–208. doi: 10.3103/S1067821211030230.

38. Карвацкий А.Я., Лазарев Т.В., Педченко А.Ю. Экспериментальное исследование теплового состояния промышленного пресса для формования углеродной продукции. *Вісник Хмельницького національного університету. Серія: Технічні науки*. 2016. № 3. С. 188–194.

39. LIGGGHTS Open Source Discrete Element Method Particle Simulation Code. — URL: http://www.liggghts.com (Accessed October 24, 2018).

40. ParaView. An open-source, multi-platform data analysis and visualization application. — URL: http://www.paraview.org/ (Accessed January 28, 2020).

Надійшла до редакції 09.04.2021

Лелека С.В., *канд. техн. наук, ORCID 0000-0002-4372-9454*
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», Киев
просп. Победы, 37, 03056 Киев, Украина, e-mail: sleleka@rst.kpi.ua

Обобщенная математическая модель физических полей технологических переделов производства электрографитовой продукции

Разработана обобщенная математическая модель физических полей основных технологических переделов производства электрографитовой продукции, основанная на континуально-дискретном подходе к описанию нелинейного поведения как твердых тел, жидкостей и газов, так и сыпучих сред. Показано, что континуальная формулировка физических процессов в технологии производства углеграфитовой продукции базируется на эйлеровой системе отсчета и может включать такие уравнения: сохранения массы, количества движения и энергии, электропроводности в приближении безвихревого поля электрического потенциала и транспорта химических компонентов реакций горения. При этом дискретная формулировка физических процессов в сыпучих материалах, используемых в технологии

производства углеграфитовой продукции, основывается на лагранжевой системе отсчета и может включать такие уравнения: поступательного и вращательного движения и энергии. Показано применение обобщенной математической модели для построения или уточнения математических и численных моделей отдельных переделов для выполнения численного анализа физических полей и параметров процессов и оборудования на примерах прессования «зеленых» электродных заготовок и теоретического исследования эффективных теплофизических свойств сыпучих углеродсодержащих материалов. На базе разработанной обобщенной постановки сформулирован и уточнен комплекс отдельных математических моделей таких переделов производства электрографитовой продукции: прокалка углеродсодержащих материалов в электрокальцинаторах, газификация углеродсодержащих материалов в оборудовании вращающихся прокалочных печей, обжиг и графитирование электрографитових заготовок. *Библ. 40, рис. 4.*
Ключевые слова: электрографитовая продукция, прессование, обжиг, графитирование, печное оборудование, математическая модель, численное моделирование.

Leleka S.V., *Candidate of Technical Sciences, ORCID 0000-0002-4372-9454*
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv
Peremohy Ave., 03056 Kyiv, Ukraine, e-mail: sleleka@rst.kpi.ua

Generalized Mathematical Model of Physical Fields of Technological Redistributions of Manufacturing Electrographite Products

A generalized mathematical model of the physical fields of the main technological redistributions of electrographite products is developed, which is based on a continuous-discrete approach to the description of nonlinear behavior of solids, liquids and gases, and bulk media. It is shown that the continuous formulation of physical processes in the technology of carbongraphite production is based on the Euler frame of reference and may include the following equations: conservation of mass, momentum and energy, electrical conductivity in the vortex-free approximation of electric potential and transport of chemical components of combustion reactions. The discrete formulation of physical processes in bulk materials used in the technology of production of carbon graphite products is based on the Lagrangian frame of reference and may include the following equations: translational and rotational motion and energy. The application of the generalized mathematical model for construction or refinement of mathematical and numerical models of separate redistributions for performance of the numerical analysis of physical fields and parameters of processes and the equipment on examples of pressing of "green" electrode preparations and theoretical research of effective thermophysical properties of loose carbonaceous materials. On the basis of the developed generalized statement, the complex of separate mathematical models of such redistributions of production of electrographite production as: calcination of carbonaceous materials in electrocalciners, gasification of carbonaceous materials in the equipment of rotary calcination furnaces is also formulated and specified, burning and graphitization of electrographite blanks. *Bibl. 40, Fig. 4.*
Key words: electrographite products, pressing, burning, graphitization, furnace equipment, mathematical model, numerical modeling.

References

1. Panov Ye.M., Leleka S.V., Karvatskii A.Ya., Mikulionok I.O. (2020). Enerhoresursoefektyvne vyrobnytstvo izostatychnoho hrafitu. [Energy efficient production of isostatic graphite]. Kyiv : Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 140 p. (Ukr.)

2. Pedchenko A.Yu., Panov Ye.M., Karvatskii A.Ya., Leleka S.V., Lazarev T.V. (2017). Teoretychno-eksperymentalni doslidzhennia pechei grafituvannia Kastmera. [Theoretical and experimental studies of Castner`s furnace]. Kyiv : Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 174 p. (Ukr.)

3. Kutuzov S.V., Buryak V.V., Derkach V.V., Panov E.N., Karvatskii A.Ya., Vasil'chenko G.N., Leleka S.V., Chirka T.V., Lazarev T.V. (2014). Making the Heat-Insulating Charge of Acheson Graphitization Furnaces More Efficient. *Refractories and Industrial Ceramics*, 55 (1), pp. 15–16. doi: 10.1007/s11148-014-9648-5.

4. Ivanenko O., Trypolskyi A., Gomelya N., Karvatskii A., Vahin A., Didenko O., Konovalova V., Strizhak P. (2021). Development of a Catalyst for Flue Gas Purification from Carbon Monoxide of Multi-Chamber Furnaces for Baking Electrode Blanks. *Journal of Ecological Engineering*, 22 (1), pp. 174–187. doi: 10.12911/22998993/128857.

5. Gasik M.M., Gasik M.I., Urazlina O.Yu. (2004). Modelirovanie termicheskogo i e`lektricheskogo rezhimov raboty` e`lektrokal`czinatora pri termicheskoj obrabotke antraczita. [Simulation of thermal and electrical operating modes of an electric calciner during heat treatment of anthracite]. *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promy`shlennost`*, No. 5, pp. 18–23. (Rus.)

6. Gasik M.M., Gasik M.I., Urazlina O.Yu. (2004). Modelirovanie teplotekhnicheskikh proczessov termoobrabotki antraczita pri vozdushnom i plenochnom okhlazhdenii kozhukha e`lektrokal`czinatora. [Modeling of heat engineering processes of heat treatment of anthracite with air and film cooling of the electric calciner casing]. *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promy`shlennost`*, No. 6, pp. 31–35. (Rus.)

7. Gasik M.M., Gasik M.I., Petrov B.F. (2006). Komp`yuternoe modelirovanie i opy`tno-promy`shlennoe osvoenie tekhnologii odnostadijnoj prokalki antraczita v e`lektrokal`czinatore. [Computer modeling and pilot industrial development of the technology of one-stage calcination of anthracite in an electric calciner]. *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promy`shlennost`*, No. 3, pp. 27–30. (Rus.)

8. Perron J., Bouvette J.-F., Dupuis M. (1996). Optimization of Anthracite Calcination Process in a Vertical Electric Arc Furnace. *Light Metals 1996: Annual meeting and exhibition of the Minerals, Metals and Materials Society*, pp. 597–602.

9. Hachette R., Bui R.T., Simard G., Perron J., Bouvette J.-F., Dupuis M. (1997). A CFD Dynamic Model of the Anthracite Calciner. *Light Metals 1997: Annual meeting and exhibition of the Minerals, Metals and Materials Society*, pp. 677–687.

10. Gasik M.M., Gasik M.I. (2011). Modeling of anthracite treatment in an electrocalcinator. *Modern problems of metallurgy*, Vol. 14, pp. 100–108.

11. Yang Y., Gong S., Ning Q., Zhou X., Zhao H. (2018). Development and Application of Electrocalciners with Increased Calcination Temperature. *Light Metals*, pp. 1363–1371. doi: 10.1007/978-3-319-72284-9_178.

12. Panov E.M., Lazarev T.V., Karvatskii A.Ya., Leleka S.V., Mikulionok I.O., Derkach V.V., Tiutiunnik P. (2019). Suchasnyi stan resurso-enerhozberezhennia u tekhnolohii vyrobnytstva vuhletsevmisnoho napovniuvacha elektrodnykh vyrobiv (Ohliad). [The current state of resource and energy saving in the technology of production of carbon-based filler of electrode products (Review)]. *Energotekhnolohii ta resursozberezhennia*, No. 1, pp. 17–34. doi: 10.33070/etars.1.2019.02. (Ukr.)

13. Pцschel T., Schwager T. (2005). Computational granular dynamics models and algorithms. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 322 p. (DE)

14. Göncü F. (2012). Mechanics of granular materials: constitutive behavior and pattern transformation. Enschede : Ipskamp Drukkers, 144 p. (DE)

15. Rao K.K., Nott P.R. (2008). An Introduction to Granular Flow. New York : Cambridge University Press, 490 p.

16. Lazariev T.V., Karvatskii A.Ya., Panov Ye.M., Leleka S.V., Pedchenko A.Yu. (2016). Zakonomirnosti protsesu vysokotemperaturnoho obroblennia sypuchykh vuhletsevykh materialiv v elektrychnykh pechakh. [Regularities of the process of high-temperature processing of bulk carbon materials in electric furnaces]. Kyiv.: NTUU «KPI», 156 p. (Ukr.)

17. Lazarev T.V., Karvaczkii A.Ya., Leleka S.V., Pedchenko A.Yu. (2016). Mathematical model of the extrusion process of a viscous-plastic carbon mass. [Matematicheskaya model` proczessa e`kstruzii vyazko-plastichnoj uglerodnoj massy`]. *Visnyk NTU «KhPI». Ser.: Novi rishennia v suchasnykh tekhnolohiiakh*, No. 12. pp. 31–37. doi:10.20998/2413-4295.2016.12.05. (Ukr.)

18. Karvatskii A.Ya., Lazariev T.V., Tyshchenko O.S. (2015). Matematychne modeliuvannia ekstruzii elektrodnykh zahotovok. [Mathematical modeling of extrusion of electrode blanks]. *Visnyk NTUU «KPI». Ser.: Khimichna inzheneriia, ekolohiia ta resursozberezhennia*, No.1, pp. 12–16. (Ukr.)

19. Malakhov S.A. (2004). Sovershenstvovanie tekhnologi obzhiga uglegrafitovoj produkczii v mnogokamerny`kh pechakh obzhiga zakry`togo tipa. [Improvement of the technology of roasting of carbon-graphite products in multi-chamber closed type roasting furnaces] : Avtoref. dis. ... Cand. Tekhn. Nauk : Specz. 05.16.02 "Metallurgiya cherny`kh, czvetny`kh i redkikh metallov". Vladikavkaz, 30 p. (Rus.)

20. Shibalov S.N. (2004). Sovershenstvovanie teplovy`kh proczessov s czel`yu povy`sheniya kachestva obzhiga zagotovok iz uglegrafitovy`kh materialov. [Improvement of thermal processes in order to improve the quality of firing workpieces made of carbongraphite materials] : Avtoref. dis. ... Cand. Tekhn. Nauk : Specz. 05.16.02 "Metallurgiya cherny`kh, czvetny`kh i redkikh metallov". Moskva, 30 p. (Rus.)

21. Hajduk A., Goede F. Innovations in the Design and Construction of Ring Pit Furnaces. — URL : https://www.yumpu.com/en/document/view/14559453/innovations-in-the-design-and-construction-of-ring-pit-sacmi (Accessed September 25, 2020).

22. Karvatskii A.Ya., Pulinets I.V., Shylovych I.L. (2012). Matematychna model teplo-hidrodynamichnoho stanu bahatokamernoi pechi pry vypaliuvanni elektrodnykh zahotovok. [Mathematical model of thermo-hydrodynamic state of a multi-chamber furnace during firing of electrode blanks]. *Skhidno-Yevropeiskyi zhurnal peredovykh tekhnolohii*, No. 1/4, pp. 33–37. (Ukr.)

23. Pulinecz I.V., Panov E.N., Karvaczkij A.Ya., Lazaryev T.V., Chirka T.V. (2014). Teploobmen v mnogokamerny`kh pechakh obzhiga uglegrafitovy`kh izdelij. [Heat transfer in multi-chamber furnaces for roasting carbon-graphite products]. Kiev : NTUU «KPI», 175 p. (Rus.)

24. Znamerovskij V.Yu. Yashkina V.V. (1984). Matematicheskoe modelirovanie proczessov teploobmena v e`lektricheskikh pechakh soprotivleniya pri proizvodstve e`lektrodnogo grafita. [Mathematical modeling of heat transfer processes in electric resistance furnaces in the production of electrode graphite]. *Promy`shlennaya e`nergetika*, No. 2, pp. 31–33. (Rus.)

25. Znamerovskij V.Yu. (1986). Osobennosti resheniya zadach teploprovodnosti s vnutrennim istochnikom teploty. [Features of solving problems of heat conduction with an internal heat source]. *Promy`shlennaya e`nergetika*, No. 3, pp. 24–26. (Rus.)

26. Znamerovskij V.Yu. (1994). Matematicheskoemodelirovanie proczessa grafitaczii [Mathematical modeling of the graphitization process]. Moscow : Metallurgiya, 64 p. (Rus.)

27. Shen C., Zhang M., Li X. (2015). Numerical study on the heat recovery and cooling effect by built-in pipes in a graphitization furnace. *Applied Thermal Engineering*, Vol. 90, pp. 1021–1031. doi:10.1016/j.applthermaleng.2015.04.036.

28. Piekło J., Maj M. (2015). Analysis of the State of Stress in the Connection of Graphite Electrodes. *Archives of Foundry Engineering*, Vol. 15, pp. 85–88.

29. Karvatskii A.Ya., Leleka S.V., Pedchenko A.Yu., Lazariev T.V. (2016). Numerical analysis of physical fields of graphitization process of electrode production in Castner`s furnace. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6 (5), pp. 19–25. doi: 10.15587/1729-4061.2016.83191.

30. Karvatskii A., Mikulionok I., Leleka S., Solovei V. (2020). Numerical Simulation of Elasto-Plastic Behavior of Isotropic Composite Materials. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, Vol. 1, pp. 492–501. doi: 10.1007/978-3-030-50794-7_48.

31. Huilgol R.R., Mena B., Piau J.M. (2002). Finite stopping time problems and rheometry of Bingham fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 102, pp. 97–107. doi: 10.1016/S0377-0257(01)00166-5.

32. Papanastasiou T.C. (1987). Flow of materials with yield. *Journal of Rheology*, 31, pp. 385–404. doi : 10.1122/1.549926.

33. Karvatskii A., Panov Ye., Vasylchenko G., Vytvytskyi V., Korolenko K. (2019). Determining efficient values for the thermophysical properties of bulk materials. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2 (5), pp. 55–62. doi: 10.15587/1729-4061.2019.164791.

34. ANSYS. — URL: https://www.ansys.com/ (Accessed September 25, 2019).

35. The OpenFOAM Foundation. — URL: http://www.openfoam.org (Accessed March 11, 2019).

36. Karvatskii A.Ya., Lazariev T.V., Shvachko D.H., Tyshchenko O.S. (2016). Reolohichni vlastyvosti vuhletsevykh kompozytsii v diapazoni temperatury 120–170 °C. [Rheological properties of carbon compositions in the temperature range 120–170 °C]. *Visnyk NTU «KhPI». Ser.: Novi rishennia v suchasnykh tekhnolohiiakh*, No.18, pp. 74–79. doi:10.20998/2413-4295.2016.18.11. (Ukr.)

37. Vershinina E.P., Gil'debrandt E.M., Frizorger V.K. (2011). Plastic properties of homogenized coke-pitch compositions. *Russian Journal of Non-Ferrous Metals*, 52 (3), pp. 205–208. doi: 10.3103/S1067821211030230.

38. Karvatskii A.Ya., Lazarev T.V., Pedchenko A.Yu. (2016). E`ksperimental`noe issledovanie teplovogo sostoyaniya promy`shlennogo pressa dlya formovaniya uglerodnoj produkczii. [Experimental study of the thermal state of an industrial press for molding carbon products]. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Ser.: Tekhnichni nauky*, No. 3, pp. 188–194. (Rus.)

39. LIGGGHTS Open Source Discrete Element Method Particle Simulation Code. — URL: http://www.liggghts.com (Accessed October 24, 2018).

40. ParaView. An open-source, multi-platform data analysis and visualization application. — URL: http://www.paraview.org/ (Accessed January 28, 2020).

Received April 9, 2021